Soluzione del tema di maturità DEL 19 GIUGNO 2014

ITIS: indirizzo ELETTRONICA E TELECOMUNICAZIONE

Tema di ELETTRONICA

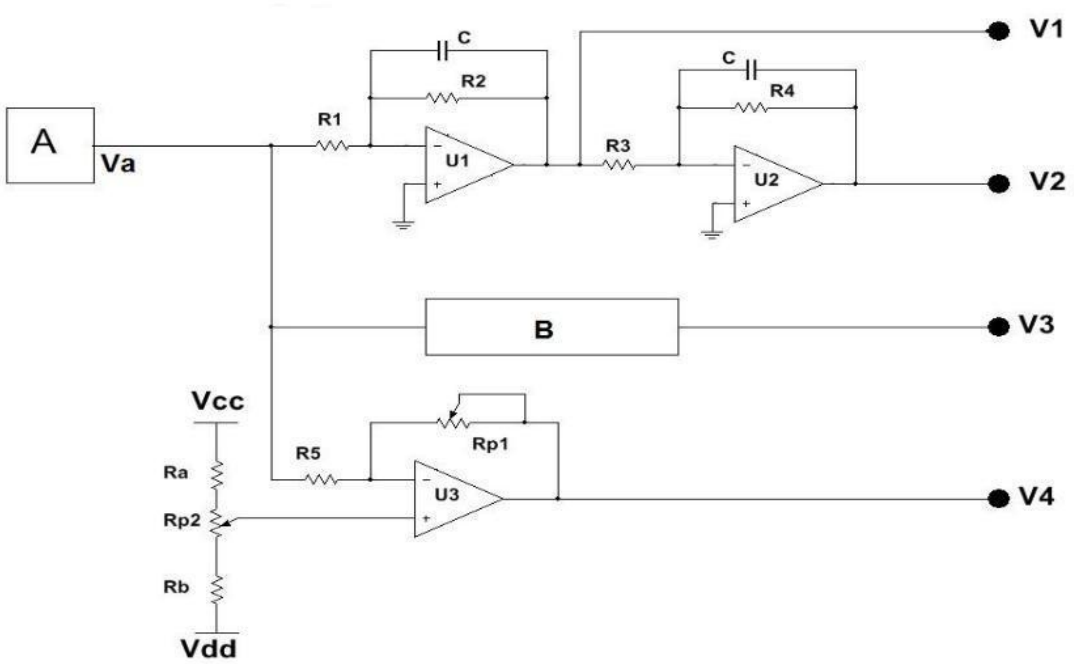
A cura di Prof.ssa Maria Rosa Malizia

Il candidato fatte le ipotesi aggiuntive che ritiene opportune, risponda alle seguenti richieste:

Punto 1:

ricavi la funzione di trasferimento nel dominio della frequenza dei blocchi U1 e U2 (Uscite V1 e V2) ed esponga le motivazioni per cui tali circuiti possono considerarsi come integratori di segnali ideali.

Lo schema elettrico proposto è il seguente:



Il blocco A fornisce un segnale impulsivo di ampiezza $\pm$ 10 V con un duty cicle del 50% e periodo di 100 micro secondi. Per definizione il duty cicle è del 50% se :

$\delta = T_H/T=0,5$
$\delta\%= T_H/T = 50\%$
essendo il periodo
$T = 100\ \mu s$
$T_H=T/2= 50\ \mu s$
$f_A= 1/T= 1/100\ \mu s = 10\ KHz$

Il blocco A invia un'onda quadra di frequenza f_A=10KHz in ingresso all'integratore invertente U1.
Ricaviamo la funzione di trasferimento del primo blocco:

$G_1(j\omega)=V_{u1}/V_A = -\frac{Z2}{Z1}$ ove

$$Z_2 = \frac{R2*\frac{1}{j\,\omega C}}{R2+\frac{1}{j\,\omega C}} = \frac{R2}{1+j\omega R2C}$$

Da cui

$$G_1(j\omega) = -\frac{Z2}{Z1} = -\frac{R2}{R1(1+j\omega R2C)}$$

con

$Z_1= R_1= 5K\Omega$

$R2=20K\Omega$

$C=10nF$

Ricaviamo la funzione di trasferimento del secondo blocco:

$G_2(j\omega)=V_{u2}/V_{u1} = -\frac{Z4}{Z3}$ dove

$$Z_4 = \frac{R4*\frac{1}{j\,\omega C}}{R4+\frac{1}{j\,\omega C}} = \frac{R4}{1+j\omega\, R4\, C}$$ e **$Z_3= R_3=1K\Omega$**

Da cui

$$G_2(j\omega) = -\frac{Z3}{Z4} = -\frac{R4}{R3(1+j\omega\, R4\, C)}$$

con

$R4=20K\Omega$

$C=10nF$

La funzione di trasferimento totale dei due blocchi, essendo i blocchi in cascata è:

$$G(j\omega)= G_1(j\omega)*G_2(j\omega)= \left(-\frac{R2}{R1(1+j\omega\, R2\, C)}\right)*\left(-\frac{R4}{R3(1+j\omega\, R4\, C)}\right)$$

Dato che $R_2=R_4= 20K\Omega$, le due $G(j\omega)$ hanno lo stesso polo nel punto

$\omega_p = 1/R_2C= 1/R_4C =1/(20.10^3*10.10^{-9})= 5000$ rad /s

La frequenza di taglio di entrambi i blocchi sarà:

$ft = \omega_p /2\pi = 5000/6,28= 795,77$ Hz.

Dato che $\mathbf{f_A} >> \mathbf{f_t}$ il circuito si comporta da integratore ideale.

Questo vuol dire che il segnale che esce dal primo blocco sarà una rampa decrescente quando il segnale di ingresso è positivo (nel tempo T_H), mentre sarà una rampa crescente quando il segnale di ingresso è negativo (tempo T_L).

Punto 2: Calcolare il valore del modulo della funzione di trasferimento per i blocchi in corrispondenza della frequenza del segnale applicato e determinare la variazione di V_1 e di V_2.

Per calcolare il valore del modulo di $G_1(j\omega)$ alla frequenza di 10KHz si ha:

$\omega_A = 2\pi * f_A = 2\pi * 10 * 10^3 = 62831$ rad/s

$| G_1(j\omega) | = \left(\frac{R2}{R1}\right) * \frac{1}{\sqrt{1+(\omega R2C)^2}} = (20K/5K) * 1/\sqrt{1+(62831 * 20K * 10.10^{\wedge}-9)^2} = 0{,}317$

Procedendo allo stesso modo, il valore del modulo di $G_2(j\omega)$ alla frequenza di 10KHz si ha:

$| G_2(j\omega) | = \left(\frac{R4}{R3}\right) * \frac{1}{\sqrt{1+(\omega R4C)^2}} = (20K/1K) * 1/\sqrt{1+(62831 * 20K * 10.10^{\wedge}-9)^2} = 1{,}586$

Punto 3: rappresenti graficamente le tensioni ai morsetti V1 e V2 in funzione del tempo motivandone l'andamento.

I due amplificatori U1 e U2, sono assimilabili a due integratori in cascata con la stessa frequenza di taglio in quanto R2=R4; la loro frequenza di taglio **è**

ft = 1/(2*3,14*R2*C)=795,77 Hz

dato che $\mathbf{f_A >> 10*ft}$ possiamo considerare i due integratori reali come degli integratori ideali:

Infatti dal modulo di $| G_1(j\omega) | = \left(\frac{R2}{R1}\right) * \frac{1}{\sqrt{1+(\omega R2C)^2}}$

Si vede che se

$\mathbf{\omega R_2 C >> 1}$

si può trascurare il numero 1 del denominatore e questo si ha per $\omega >> 1/R_2C$, cioè per frequenze

$\mathbf{f >> 1/(2\pi R_2 C)}$ che nel nostro caso risulta

$f >> 1/(2\pi * 20*10^3*10*10^{-9}) = 795{,}77$Hz che è la nostra frequenza di taglio .

Per queste frequenze quindi la nostra $G_1(j\omega)$ (trascurando l'1 al denominatore) diventa quella dell'integratore ideale cioè

$|G1(j\omega)| = (R_2/R_1) * 1/(\omega R_2 C) = 1/\omega R_1 C$

Da cui antitrasformando

$V1(t) = -(1/R_1C)\int_0^{T/2} VA * dt = -(1/R1C) * 10 * t + K_1$

in quando il valore massimo del segnale di ingresso é di 10 Volt e K1 è la costante di integrazione.

V1(t) è quindi una rampa decrescente se l'onda quadra di ingresso vale 10 Volt (nel tempo T_H) mentre la V1(t) è una rampa crescente se l'onda quadra di ingresso vale -10 Volt (nel tempo T_L).

Inoltre, se t = T/2

il valore massimo negativo di V1(t) diventa

$V1(T/2)= -(1/R_1C)*10*T/2= -(10*50*10^{-6}/ (5*10^{-3}*10*10^{-9})= -10V$

Mentre, se t=0

V1(0)=0 V

E il valore massimo positivo di V1(t)=10V

Procedendo allo stesso modo si ha che, anche il secondo blocco, per

$f>>1/2\pi R_4C= 795{,}77$ Hz,

che è la frequenza di taglio dell'amplificatore U2, è un integratore ideale ed ha una

$|G2(j\omega)|= (1/\omega R_3C)$

Da cui antitrasformando si ha:

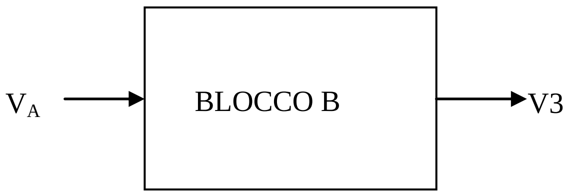
$V_2(t)= -(1/R_3C)\int_0^{T/2} V1(t) * dt= -(1/R_3C)*\int_0^{T/2} -\left(\left(\frac{1}{R1C}\right)10t + K1\right) * dt = V_{2max}*t^2/2 + K_1*t +K_2$

Dove $V2max= 10/(R_3C*R_1C)$ e K2 è la nuova costante di integrazione.

L'integrale di una rampa, è quindi, matematicamente, un segnale di tipo paraboloide, che può essere approssimato nella pratica, ad una sinusoide, se consideriamo le concavità verso l'alto o verso il baso della due parabole come la parte alta o bassa della sinusoide.

Punto 4: Progetti il circuito del blocco B affinché il segnale in uscita al morsetto V3 sia un segnale impulsivo TTL compatibile e di frequenza pari a quella del segnale V_A

Il segnale V_A è un'onda quadra alternata con duty cicle del 50% di ampiezza $\pm$10V e frequenza f_A=10KHz. Affinché il blocco B sia compatibile con un dispositivo TTL deve avere una tensione di uscita di +5V.

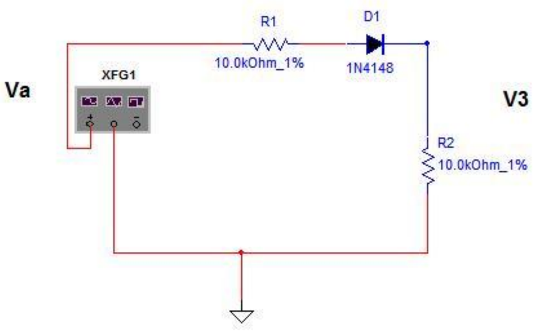


Il blocco B deve quindi raddrizzare il segnale per avere solo la parte positiva e dimezzare il segnale V_A

V3 max=+5V →

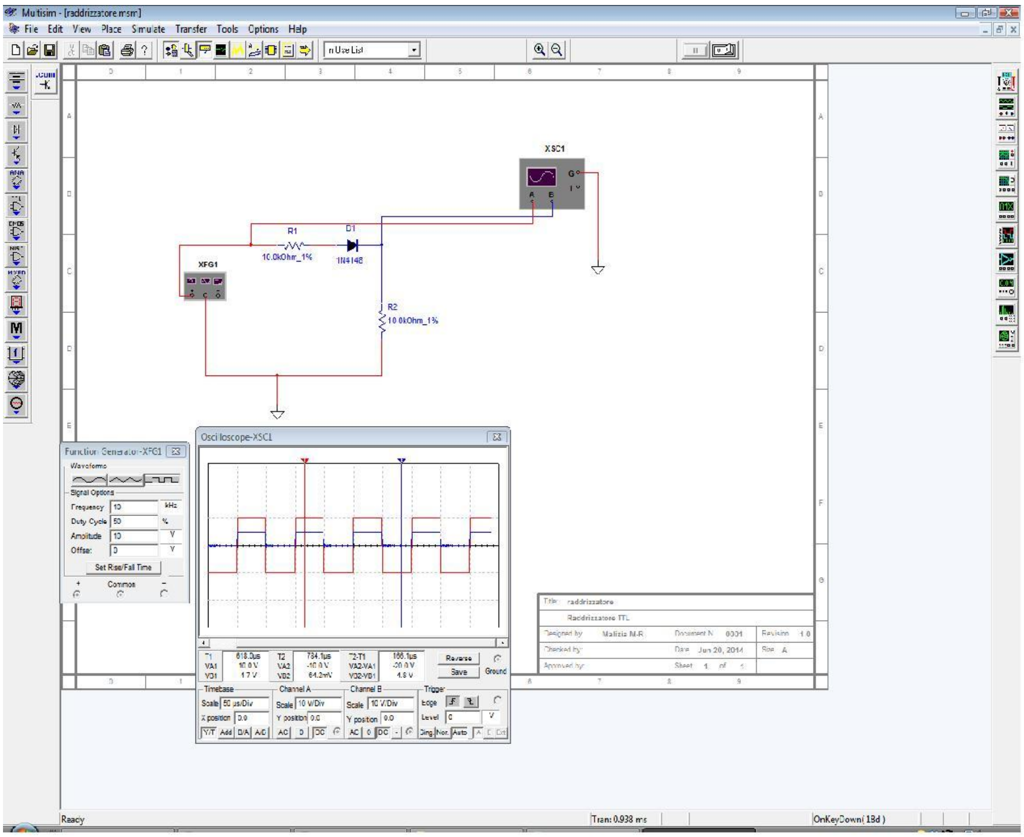
$V3max= +V_A/2$

Per far ciò si può utilizzare un semplice circuito raddrizzatore con diodo. Supponendo il diodo ideale con Vs=0V si ha il seguente circuito .



schema elettrico del blocco B

La simulazione dei segnali elettrici con il software Multisim è la seguente:



Punto 5: Descriva la funzione del blocco circuitale U3 definendo le conseguenze della variazione di valore dei due potenziometri sulla tensione V4.

- <u>Il potenziometro Rp2 serve a bilanciare l'ingresso V + ed avere una tensione di offset=0;</u>
  infatti se Rp2=10KΩ la tensione V+=5V

mentre se Rp2=0 Ω la tensione V+ risulta essere V+=-5V;

affinché il ponte sia bilanciato si deve posizionare il cursore a metà corsa, cioè avere una resistenza del 50% sia nel ramo a monte di V+ che nel ramo a valle di V +; in questo modo la tensione entrante nel morsetto positivo è V+=0V.
Lo spostamento di Rp2 serve quindi ad introdurre una tensione continua positiva, negativa o nulla che si aggiungerà al segnale proveniente dal morsetto negativo e sposterà, per il principio di sovrapposizione degli effetti, il segnale risultante di uscita in alto o in basso e inoltre se V+=0V darà un offset nullo.

- Invece il cambiamento del potenziometro Rp1 cambia l'ampiezza della tensione dell'onda quadra uscente, quando dal morsetto invertente, inviamo l'onda quadra Va.

Facciamo adesso le seguenti considerazioni: Chiamiamo Vu1 il segnale uscente dall'amplificatore U3, ponendo nullo il segnale entrante dal morsetto positivo, e chiamiamo Vu2 il segnale uscente dall'amplificatore U3, tenendo nullo il segnale entrante dal morsetto negativo.

Caso a:
supponiamo **Rp1=10 KΩ e Rp2=50%** ;
avremo: **Vu1=0V** (cioè il segnale V+=0V)
L'amplificatore U3 è in configurazione invertente;
Vu2= -(Rp1/R5)* Va = - (10K/20K) * Va = - (1/20)* Va
Vu=Vu1- Vu2= 0V- Va
Il segnale di uscita è un'onda quadra alternata con ampiezza (1/20) di Va e periodo uguale a quello di Va .
Va max = 10 V → Vu2max= 500mV=0,5 V
Il segnale oscilla in modo simmetrico rispetto all'asse temporale.

Caso b:
supponiamo **Rp1=10 KΩ Rp2=0**
avremo: **Vu1= -5V** (cioè il segnale V+=-5V)
Vu2= (Rp1/R5)* Va = (10K/20K) * Va = (1/20)*Va= (1/20)*10= 0,5V
Vu=Vu1-Vu2, essendo in configurazione differenziale
Vu = Vu1-Vu2= -5V ± 0,5V= oscilla tra -4,5V se consideriamo il valore massimo e -5,5V se consideriamo il valore minimo dell'onda quadra. Cioè:
Il segnale di uscita è un'onda quadra alternata che oscilla attorno all'asse temporale traslato di -5V

Caso c:
supponiamo **Rp1=10 KΩ e Rp2=10KΩ** ,
avremo: **Vu1=+5V** (cioè il segnale V+=+5V)
e ripetendo gli stessi ragionamenti del caso b, il segnale di uscita oscilla attorno all'asse temporale traslato di +5V e con ampiezza
Vu = Vu1-Vu2= 5V± 0,5 cioè oscilla tra 5,5V e 4,5V.

Caso d:
se **Rp1=0**
→ **Vu2**=-(Rp1/R5)=**0** cioè ,
Vu2 è sempre nullo qualunque sia la resistenza R5
quindi l'onda quadra si annulla definitivamente ed avremo solo l'offset di 0,5V positivo, o di -0,5 negativo o nullo a secondo della posizione del potenziometro Rp2.